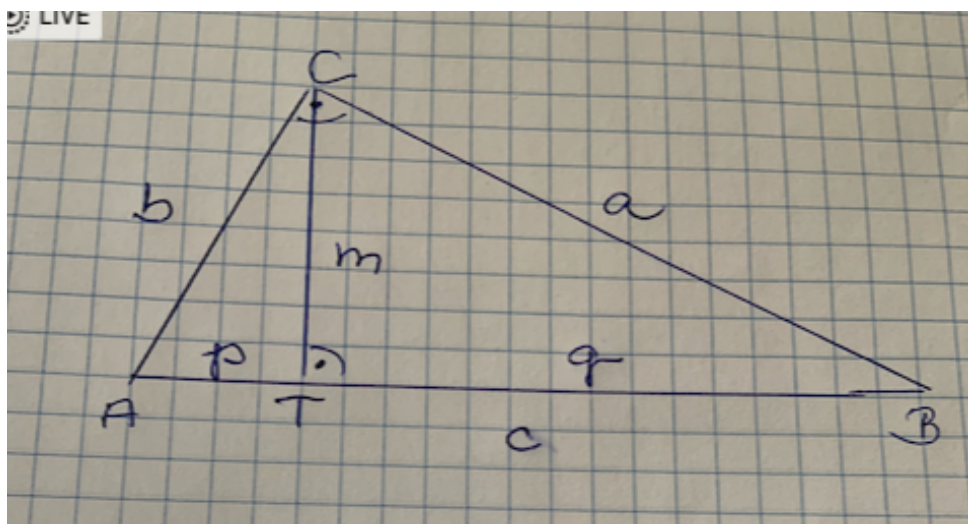


Tananyag 05.12.12G

Magasságtétel és befogótétel



Egy derékszögű háromszögben a, b a két befogót, c az átfogót jelöli. Az átfogóhoz tartozó m magasság az átfogót p és q szakaszokra bontja. Keressük meg az összes hasonló háromszöget és írjuk fel a megfelelő oldalak arányát!

A megfelelő oldalak az egyenlő szögekkel szemköz találhatók, ezeket foglald táblázatba és így írd fel az aránypárokat!

$$ABC\Delta \sim ACT\Delta \sim CBT\Delta$$

Szög	α	β	$\gamma = 90^\circ$
$ABC\Delta$	a	b	c
$ACT\Delta$	m	p	b
$CBT\Delta$	q	m	a

A megfelelő oldalak arányai:

$$1. \quad \frac{a}{b} = \frac{m}{p} = \frac{q}{m} \quad \Rightarrow \quad \frac{m}{p} = \frac{q}{m} \Rightarrow m^2 = pq \Rightarrow m = \sqrt{pq}$$

$$2. \quad \frac{a}{c} = \frac{m}{b} = \frac{q}{a} \Rightarrow \frac{a}{c} = \frac{q}{a} \Rightarrow a^2 = cq \Rightarrow a = \sqrt{cq}$$

$$3. \quad \frac{b}{c} = \frac{p}{b} = \frac{m}{a} \Rightarrow \frac{b}{c} = \frac{p}{b} \Rightarrow b^2 = cp \Rightarrow b = \sqrt{cp}$$

A kapott összefüggések általában igazak a derékszögű háromszögekre:

1. **MAGASSÁGTÉTEL**: A derékszögű háromszög átfogójához tartozó magasságának hossza mértani közepe azon két szakasz hosszának, amelyekre a magasság az átfogót osztja.
2. – 3. **BEFOGÓTÉTEL**: A derékszögű háromszög befogójának hossza mértani közepe az átfogó és a befogónak az átfogóra eső merőleges vetülete hosszának.

Feladatok megoldása:

-  **87.** A derékszögű háromszög átfogója 12 egység, a magasság az átfogót 1:2 arányban osztja. Mekkora a befogók és az átfogóhoz tartozó magasság?

Megoldás:

Az első rajzot és elnevezéseit használva: $p = 4 \text{ cm}$; $q = 8 \text{ cm} \Rightarrow m^2 = pq = 32$
 $m = \sqrt{32}$

Ha már tudjuk a magasságot, akkor Pitagorasz tétellel számolhatjuk a befogókat:

$$p^2 + m^2 = b^2 \Rightarrow b^2 = 16 + 32 \Rightarrow b = \sqrt{48}$$

$$q^2 + m^2 = a^2 \Rightarrow a^2 = 64 + 32 \Rightarrow a = \sqrt{96}$$

-  **88.** Mekkora a derékszögű háromszög területe és befogói, ha az átfogóhoz tartozó magasság az átfogót 6 és 10 egység hosszú szakaszokra bontja?

Megoldás:

$$p = 6 ; q = 10 \Rightarrow c = p + q = 16$$

$$\text{Befogótételt alkalmazva: } a = \sqrt{cq} \quad a = \sqrt{10 \cdot 16} = \sqrt{160} = 12,65$$

$$b = \sqrt{cp} \quad b = \sqrt{6 \cdot 10} = \sqrt{60} = 9,8$$

$$\text{A háromszög területe: } \frac{ab}{2} = \frac{12,65 \cdot 9,8}{2} = 62$$

89. A derékszögű háromszögben az egyik befogó 8 cm, ennek vetülete az átfogóra 5 cm. Mekkora az átfogó és a másik befogó?

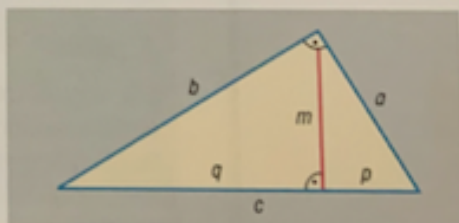
Megoldás:

A befogótételt alkalmazva $8 = \sqrt{c \cdot 5}$, ahonnan $c = \frac{8^2}{5} = 12,8$ cm. A másik befogó kiszámolható Pitagorasz-tétellel vagy befogótétellel. Nagysága 10,0 cm.

Oldd meg és küld el a következő feladatokat:

90. Egy derékszögű háromszög két befogója 20 cm és 21 cm. Mekkora szeletekre osztja az átfogót az átfogóhoz tartozó magasság?
91. Egy derékszögű háromszög befogóinak aránya 12:5, átfogója 18,2 dm. Mekkora részekre bontja az átfogót a derékszögű csúcshoz tartozó magasság?
92. Egy derékszögű háromszögben az átfogóhoz tartozó magasság az átfogót két olyan szeletre bontja, amely a magasságnál 2 cm-rel rövidebb, illetve 6 cm-rel hosszabb. Mekkora a háromszög kerülete?

1. Határozzuk meg az ábrán látható derékszögű háromszög ismeretlen adatait, ha tudjuk, hogy
- a) $a = 5$ és $b = 12$; b) $b = 4$ és $c = 5$;
c) $c = 13$ és $p = \frac{25}{13}$; d) $p = 3,6$ és $q = 6,4$;
e) $a = 20$ és $m = 16$; f) $q = 24$ és $m = 10$.



Gyakorlásnak:

<https://www.nkp.hu/feladat/megjelenites/258579719>
<https://www.nkp.hu/feladat/megjelenites/258485999>
<https://www.nkp.hu/feladat/megjelenites/258579753>
<https://www.nkp.hu/feladat/megjelenites/258635612>